24 OPSJONSBASERT

IKKJE PENSUM I ACC421A

= SUPPLEMENT TIL FUNDAMENTAL VERDIVURDERING

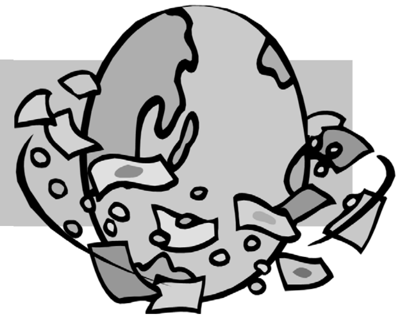
Førelesing ved

Professor Kjell Henry Knivsflå,
Institutt for rekneskap, revisjon og rettsvitskap,
NHH

E-post: kjell.knivsfla@nhh.no; **Twitter: @KjellKnivsfla**

NHH

INNHALD
FØRELESING 24



1. TEKNIKKAR

FUNDAMENTAL KONTRA OPSJONSBASERT

Det er tre hovudteknikkar for verdivurdering av verksemder:

1) **Fundamental verdivurdering**
2) **Opsjonsbasert verdivurdering**
3) **Komparativ verdivurdering**

Komparativ og opsjonsbasert verdivurdering er **supplerande teknikkar** til fundamental verdivurdering, som gjerne er valt hovudteknikk – jamfør introduksjonen til verdivurderingsteknikkar i **førelesing 01**

1.1 FUNDAMENTAL VERDIVURDERING

Tradisjonell fundamental verdivurdering byggjer på strategisk rekneskapsanalyse, utarbeiding av framtidsrekneskap og diskontering av utbyte, fri kontantstraum, superprofitt eller superprofittvekst til noverdi:

VEK* = EK + noverdi(forventa superprofitt til EK i framtida)

Superprofittmodellen baserer seg på å diskontere **forventa** superprofitt til noverdi – noko som kan oppfattast å vere ein «**statisk verdi**». Systematisk **risiko** er ein «kostnad» som fører til eit høgare avkastingskrav og lågare verdi; usystematisk risiko er lite relevant!

➔ **Men «risiko» kan i visse høve vere ein fordel – eller gje fleksibilitet – som vanskeleg vert fanga opp ved tradisjonell verdivurdering.** Fleksibilitet er nettopp å kunne avvike frå forventa utvikling!

1.2

OPSJONSBASERT
VERDIVURDERING

Opsjonsbasert verdivurdering er ei **utviding** av tradisjonell fundamental verdivurdering med det mål å eksplisitt byggje inn verdien av fleksibilitet:

VEK	=	VEK*	+	noverdien av særleg **fleksibilitet**,

der VEK* er **den statiske verdien** av eigenkapitalen basert på fundamental verdivurdering – og der noverdien av fleksibilitet vanlegvis vil vere **verdien av ein eller fleire realopsjonar i drifta**

➔ **MERK AT**

$VEK \geq VEK^*$

Tradisjonell fundamental verdivurdering tenderer såleis å **underestimere** eigenkapitalverdien

FARE
FOR DOBBELTREKNING

Ved fundamental verdivurdering vert opsjonar gjerne rekna med gjennom å auke vekstfaktoren «litt»; jamfør fri kontantstraummodellen <u>under konstant vekst</u>:

$VEK_0 = FKE_1/(ekk - \mathbf{ekv}) +$ verdi av spesielle realopsjonar

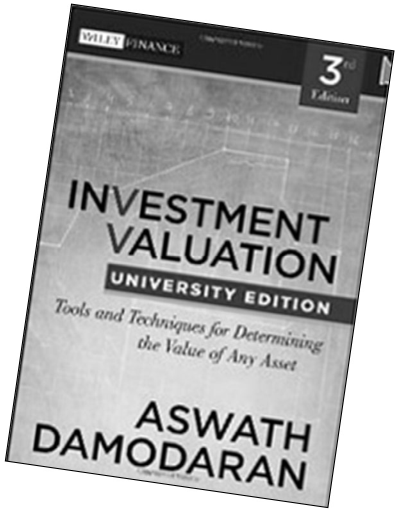
STATISK VERDI

➔ **MEN**: Dersom vi både aukar vekstfaktoren **ekv** «litt» og tek omsyn til spesielle realopsjonar gjennom separat verdivurdering, vert opsjonen rekna to gonger!

LÆRDOM: Fundamental verdivurdering **tek** omsyn til realopsjonar, men kanskje ikkje på ein like god måte som å verdsette desse separat

LITTERATUR
FOR SPESIELT INTERESSERTE

Damodaran, A., 2012, "*Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of <u>Any</u> Asset*"



Spesielt: Kapittel 5, 28, 29 og 30

2.

KVA ER EIN REALOPSJON?

Ein <u>opsjon</u> er ein rett, men ikkje ei plikt til å kjøpe eller selje ein underliggjande eigedel innan eller på eit gjeve tidspunkt i framtida til ein pris som er avtalt på førehand

TO TYPAR UNDERLIGGJANDE EIGEDELAR:

1) FINANSIELLE	➔	**Finansiell opsjon**
2) DRIFTSRELATERTE	➔	**«Realopsjon»**

➔ **Ein <u>realopsjon</u> er ein opsjon knytt til ein realøkonomisk eigedel i motsetnad til ein finansiell opsjon som er knytt til aksjar, indeksar, valuta og andre verdipapir**

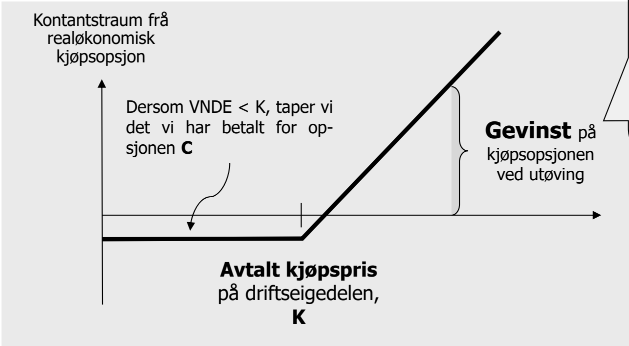
REALØKONOMISK KJØPSOPSJON «REAL CALL OPTION»

Ein realøkonomisk **kjøpsopsjon** er ein rett, men ikkje ei plikt til å kjøpe ein netto driftseigedel innan eller på eit gjeve tidspunkt i framtida til ein pris som er avtalt på førehand

JAMFØR:
FINANSIELL KJØPSOPSJON

Har du ein rett, men ikkje plikt til å kjøpe aksar til K = 160 ved slutten av året, vil opsjonen ha ein verdi på C = 20 - 5 = 15 den 31.12 dersom kursen er 180 og du opphaveleg kjøpte opsjonen for 5

➔ **KONTANTSTRAUMEN VED UTØVING**:

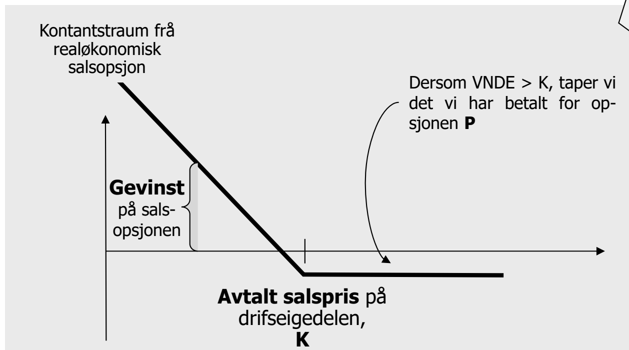


REALØKONOMISK SALSOPSJON «REAL PUT OPTION»

Ein realøkonomisk **salsopsjon** er ein rett, men ikkje ei plikt til å selje ein netto driftseigedel til ein avtalt pris innan eller på eit gjeve tidspunkt i framtida

➔ **KONTANTSTRAUMEN VED UTØVING**:

Har du ein rett til å selje ei **maskin** til K = 100 innan to år, vil verdien av salsopsjonen P vere 40 dersom verdien på maskina VNDE er 60 ved utøving og kostnaden ved å etablere opsjonen var 0



AMERIKANSK KONTRA EUROPEISK OPSJON

1) Ein **europeisk opsjon** er ein kjøps- eller salsopsjon som kan utøvast <u>på</u> eit avtalt tidspunkt T i framtida

2) Ein **amerikansk opsjon** er ein kjøps- eller salsopsjon som kan utøvast <u>på eller inntil</u> eit gjeve tidspunkt T i framtida

➔ **<u>Dei fleste realopsjonar vil vere amerikanske opsjonar</u>. Verdien av ein amerikansk opsjon vil vere høgare enn ein tilsvarande europeisk opsjon av di vi har større fridom til å utøve opsjonen. Verdien på ein europeisk opsjon vil vere <u>nedre grense</u> for verdien på ein tilsvarande amerikansk opsjon**

DØME PÅ REALOPSJONAR

(1) Ei verksemd har eit **<u>patent</u>** på eit produkt som ikkje er sett i produksjon. Patentet kan sjåast på som ein rett, men ikkje ei plikt til å sette det patenterte produktet i produksjon på eit kvart tidspunkt i framtida så lenge patentet er gyldig

Patentet er med andre ord **ein realopsjonen i form av ein amerikansk <u>kjøpsopsjon</u>** frå i dag til patentet ikkje lenger er gyldig, dvs tidspunkt T

(2) Eit flyselskap leiger alle flya sine – og kan seie opp **<u>leigeavtalen</u>** på rimeleg kort sikt. Dette gjev flyselskapet ein rett, men ikkje plikt til å nedskalere om drifta skulle gå dårleg innanfor det tidsrommet avtalen gjeld

Retten til å nedskalere er med andre ord **ein realopsjon i form av ein amerikansk <u>salsopsjon</u>**

3. LITT OM VERDSETTING AV REALOPSJONAR

Sidan realopsjonar **vanlegvis er <u>amerikanske</u> opsjonar**, må vi kunne verdsette

1) Amerikanske **kjøpsopsjonar**

2) Amerikanske **salsopsjonar**

Verdien som følgjer frå europeiske kjøps- og salsopsjonar, eller altså frå **<u>Black - Scholes</u>**, **kan sjåast på som <u>nedre grense</u>** for verdien

➔ **Verdsetting av amerikanske kjøps- og skalsopsjonar kan gjerast ved hjelp av**

- **Binomisk tilnærming**, eller ved
- «Closed-Form American Call or Put Approximation Equations»

Sjå 3.1

Sjå 3.2

1) VERDI AV KJØPSOPSJON

Verdi av eigenkapitalen til ei verksemd på tidspunkt 0, dvs i dag:

VEK_0 = VEK_0* + verdien av spesielle kjøpsopsjonar

= $VEK_0^* + \mathbf{C_0}$,

der C_0 er verdien av ein amerikansk kjøpsopsjonen på tidspunkt 0 (i dag) som ikkje er teken med i den statiske eigenkapitalverdien VEK_0^*

➔ **DØME: <u>VERDIEN AV OPSJONEN TIL Å KUNNE EKSPANDERE</u>** på **tidspunktet for utøving t**, der $0 < t \leq T$

DØME

Verdien av å kunne auke verksemda med 50% har ein kostnad på 10 millionar

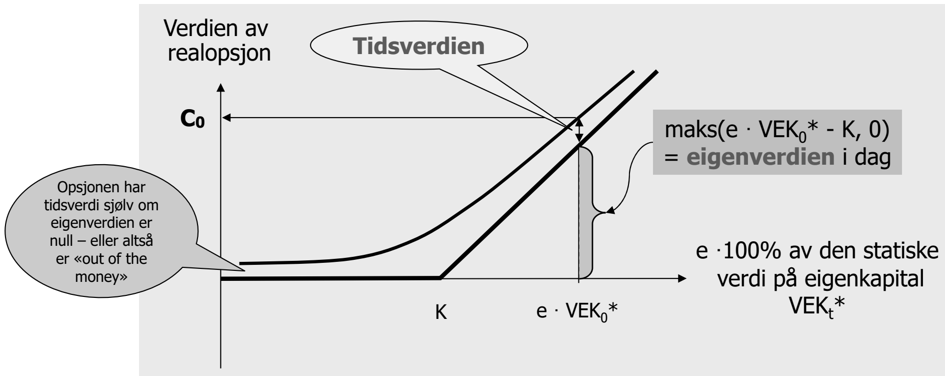
C_t = maks(e · VEK_t^* - K, 0)

der e > 0 er **ekspansjonsfaktoren** og K er den faste **kostnaden** ved å ekspandere

REALOPSJON

I HØVE TIL FUNDAMENTAL VERDIVURDERING

Verdien av kjøpsopsjon i høve til den statiske verdien VEK*, dvs verdien ved fundamental verdsetting:



➔ K er kostnaden ved å ekspandere verksemda med ein ekspansjonsfaktor e

2) VERDI AV SALSOPSJON

Verdi av eigenkapitalen til ei verksemd på tidspunkt 0, dvs i dag:

VEK_0 = VEK_0* + verdien av fleksibilitet som er salsopsjonar

= $VEK_0^* + \mathbf{P_0}$,

der P_0 er verdien av ein amerikansk salsopsjon på tidspunk 0 (i dag)

➔ **DØME: <u>VERDIEN AV OPSJONEN AV Å KUNNE NEDSKALERE</u>** på **tidspunktet for utøving t**, der $0 < t \leq T$

DØME

Verksemda har opsjon på å kunne selje eit forrentingsområde for 10 millionar, noko som vil føre til ei nedskalering av verksemda med 50%

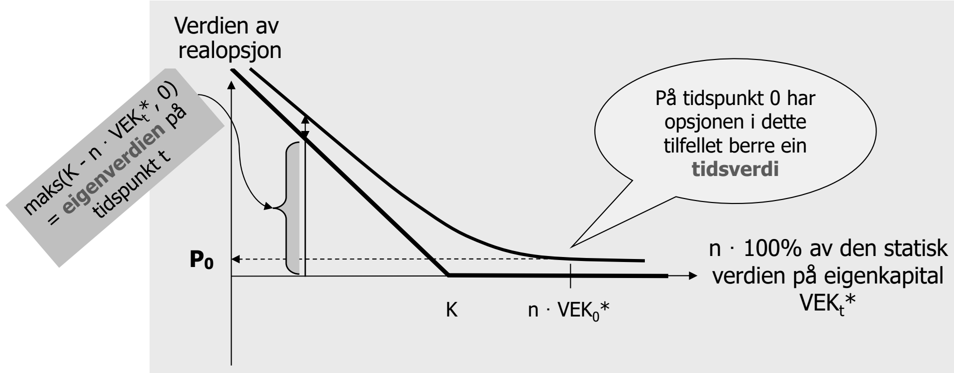
P_t = maks(K - n · VEK_t^*, 0)

der K er **kontraktsprisen** for sal ein del n av verksemda; 0 < n < 1 er altså **nedskaleringsfaktoren**

REALOPSJON

I HØVE TIL FUNDAMENTAL VERDIVURDERING

Verdien av salsopsjonen i høve til den statiske verdien VEK*, dvs verdien ved fundamental verdsetting:



➔ K er gevinsten ved å kunne nedskalere verksemda med ein nedskaleringsfaktor n

3) FAKTORAR

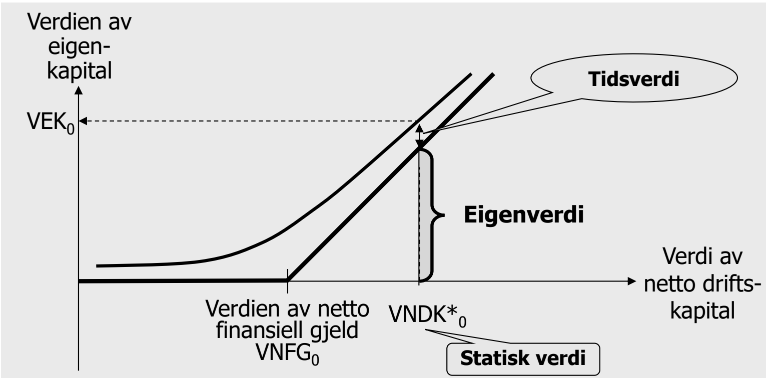
SOM PÅVERKAR OPSJONSVERDIEN

	Symbol	Verknad på verdien av	
		Kjøpsopsjon C	Salsopsjon P
Eigenkapitalverdi basert på fundamental verdsetting	VEK*	+	-
Volatiliteten til eigenkapitalavkastinga	σ	+	+
Kostnaden ved å utøve opsjonen (kontraktsprisen)	K	-	+
Utbyte frå den verdsette verksemda i prosent av VEK*	ut	-	+
Tidsrommet der opsjonen kan utøvast	T	+	+
Risikofri rente (etter skatt)	r_f	+	-

\+ **spesielle forhold** knytt til særlege opsjonar, til dømes **ekspansjonsfaktor** e, **nedskaleringsfaktor** n, ...

4) VERDIEN AV EIGENKAPITAL

100% KJØPSOPSJON



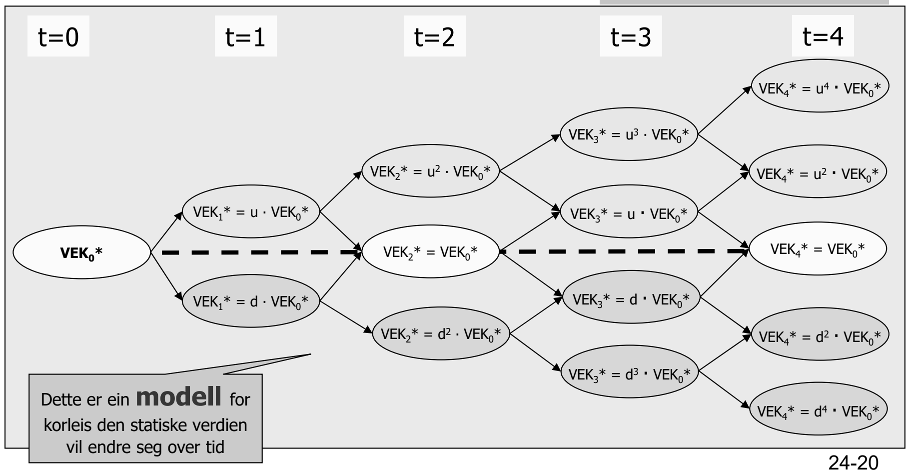
- Verdien av eigenkapital er verdien av ein driftsopsjon, dvs ein rett, men ikkje plikt til å drive verksemda vidare. Verdien ved avvikling på tidspunkt T er

Maks{0, $VNDK^*_T$ - $VNFG_T$}

3.1 BINOMISK

TILNÆRMING

Utviklinga i verdiestimatet basert på fundamental verdsetting kan over tid tilnærmast som ei diskret binomisk fordeling med N steg (eller nodar) i det binomiske treet:



OPP- OG NEDFAKTOREN

u OG d

For å kunne laget eit binomisk tre må vi først rekne ut opp- og ned-faktoren:

1) OPPFAKTOREN:

$$u = e^{\sigma \cdot \sqrt{T/N}}$$

2) NEDFAKTOREN:

$$d = \frac{1}{u}$$

I opp- og nedfaktoren er

T **talet på periodar** vi ynskjer å framskrive den verdien på det underliggjande aktivumet og

N er **talet på steg (eller nodar) i treet**

Dess høgare N, dess meir finmaska vert treet over tid T

STANDARDAVVIKET

MÅ ESTIMERAST FOR Å REKNE UT u OG d

Standardavviket til eigenkapitalavkastinga:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(r_i - E(r))^2}$$

Forventa avkasting kan estimerast som gjennomsnittleg historisk avkasting

➔ For børsnoterte verksemder kan standardavviket estimerast ved å ta månadleg avkasting bakover i tid, til dømes 36-60 månader. **Årleg standardavvik**

$$\sigma_{\text{ÅRLEG}} = \sigma_{\text{MÅNADLEG}} \cdot \sqrt{12}$$

DØME

SELSKAP Y

Det månadlege standardavviket til aksjeavkastinga til Z-aksjen frå januar år -5 til juli år 0 var

0,045

➔ Det **årlege standardavviket** vert dermed

$$\sigma \cdot \sqrt{12} = 0{,}045 \cdot \sqrt{12} = 0{,}156,$$

Frå månadleg til årleg standardavvik

dvs 15,6%

DATO	Z	Avkasting logaritmisk
31.12.ÅR 0		
29.11.ÅR 0		
31.10.ÅR 0		
30.09.ÅR 0		
30.08.ÅR 0		
31.07.ÅR 0	180,1	-0,006
28.06.ÅR 0	181,1	0,006
31.05.ÅR 0	180	0,039
30.04.ÅR 0	173,2	0,003
29.03.ÅR 0	172,7	0,034
28.02.ÅR 0	166,85	0,046
31.01.ÅR 0	159,4	-0,050
31.12.ÅR -1	167,5	0,006
30.11.ÅR -1	166,45	0,074
31.10.ÅR -1	154,65	-0,028
28.09.ÅR -1	159,1	0,006
31.08.ÅR -1	158,1	-0,009
31.07.ÅR -1	159,5	-0,047
29.06.ÅR -1	167,15	-0,008
31.05.ÅR -1	168,55	-0,053
30.04.ÅR -1	177,8	0,005
30.03.ÅR -1	177	-0,008
28.02.ÅR -1	178,35	-0,012
31.01.ÅR -1	180,5	0,026
29.12.ÅR -2	175,9	-0,058
30.11.ÅR -2	186,4	0,072
31.10.ÅR -2	173,5	0,030
29.09.ÅR -2	168,4	0,069
31.08.ÅR -2	157,1	-0,001
31.07.ÅR -2	157,3	0,127
30.06.ÅR -2	138,5	-0,007
31.05.ÅR -2	139,5	0,005
28.04.ÅR -2	138,8	-0,029
31.03.ÅR -2	142,9	0,044
28.02.ÅR -2	136,7	0,046
31.01.ÅR -2	130,6	0,012
30.12.ÅR -3	129	0,025
30.11.ÅR -3	125,8	-0,044
31.10.ÅR -3	131,5	-0,042
30.09.ÅR -3	137,1	-0,059
31.08.ÅR -3	145,5	0,032
29.07.ÅR -3	140,9	0,024
30.06.ÅR -3	137,6	-0,013
31.05.ÅR -3	139,4	0,006
29.04.ÅR -3	138,6	0,034
31.03.ÅR -3	133,9	0,026
29.02.ÅR -3	130,4	-0,077
29.01.ÅR -3	140,8	-0,052
31.12.ÅR -4	148,3	-0,021
30.11.ÅR -4	151,5	-0,056
30.10.ÅR -4	160,3	0,009
30.09.ÅR -4	158,9	-0,038
31.08.ÅR -4	165,1	-0,082
31.07.ÅR -4	179,2	0,042
30.06.ÅR -4	171,8	-0,025
29.05.ÅR -4	176,2	0,034
30.04.ÅR -4	170,3	0,044
31.03.ÅR -4	162,9	0,057
27.02.ÅR -4	153,8	-0,078
30.01.ÅR -4	166,3	0,093
31.12.ÅR -5	151,5	0,023
28.11.ÅR -5	148,1	-0,023
31.10.ÅR -5	151,6	0,072
30.09.ÅR -5	141,0	-0,008
29.08.ÅR -5	142,1	-0,020
31.07.ÅR -5	144,9	0,037
30.06.ÅR -5	139,7	-0,014
30.05.ÅR -5	141,7	0,016
30.04.ÅR -5	139,5	0,050
31.03.ÅR -5	132,7	0,001
28.02.ÅR -5	132,6	0,018
31.01.ÅR -5	130,2	-0,105

OPP- OG NEDFAKTOREN

SELSKAP Z

Ønskjer ei binomisk tilnærming av utviklinga i aksjekursen til Z dei neste to åra med berre to steg i det binomiske treet (dvs T= 2, N = 2)

1) **OPPFAKTOREN**

$$u = e^{\sigma \cdot \sqrt{T/N}} = e^{0{,}156 \cdot \sqrt{2/2}} = 1{,}169$$

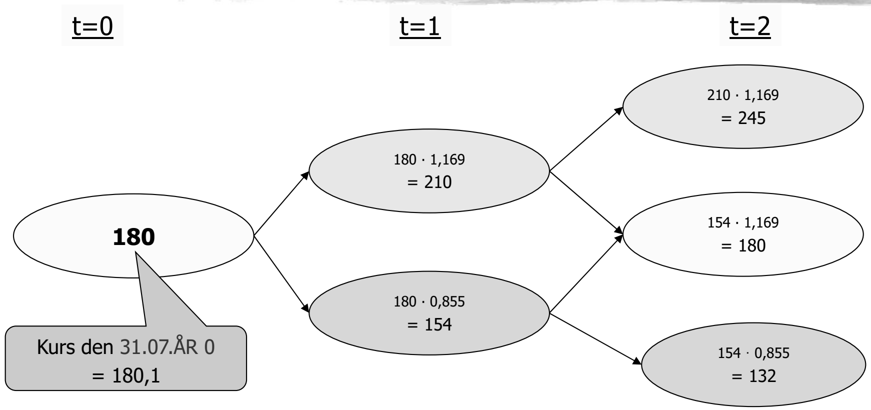
2) **NEDFAKTOREN**

$$d = \frac{1}{u} = \frac{1}{1{,}169} = 0{,}855$$

BINOMISK TILNÆRMING OVER TID

... ser i første omgang bort ifrå **utbyte**; sjå punkt 3.3

SELSKAP Z



➔ Den binomiske **tilnærminga inneber at om to år er Z-aksjen verd** 245, 180 eller 132. **Forventa verdi er 180 i år 0, 1 og 2**. Dvs dagens verdi er beste estimat på framtidig verdi – aksjekursen er ein tilfeldig gang ...

1)

VERDIEN

AV KJØPSOPSJON

Det **risikonøytrale sannsynet for oppgang** er

$$p = \frac{e^{r_f \cdot T/N} - d}{u - d},$$

der r_f er risikofri rente etter skatt. Det risikonøytrale sannsynet for **nedgang** er 1 - p

➔ **VERDIEN AV EIN KJØPSOPSJON** med avtalt pris K på tidspunkt t < T i det binomiske treet:

$$\boxed{\text{maks}(\underbrace{(p \cdot C_{t+1}(u) + (1 - p) \cdot C_{t+1}(d)))/e^{rf}}_{\text{Forventa noverdi ved å vente med utøving av opsjonen}};\ \underbrace{VEK_t^* - K}_{\text{Verdien av å utøve opsjonen no, dvs på tidspunkt t}}),}$$

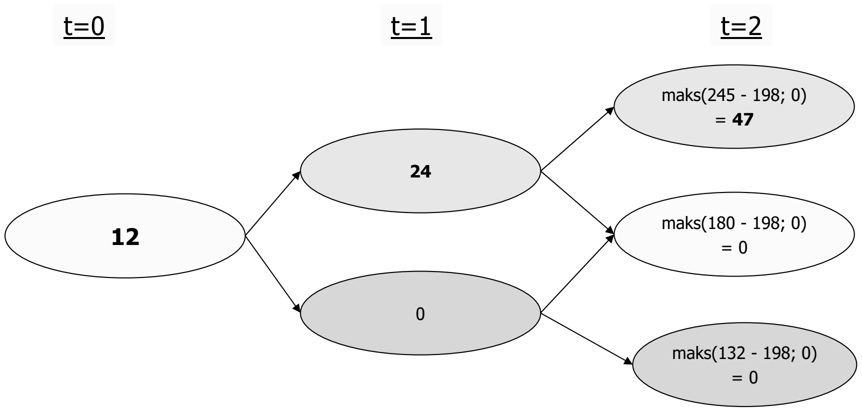
Verdien er maksimum av forventa verdi ved å vente med å utøve og verdien ved å utøve opsjonen på tidpunkt t

der $C_{t+1}(u)$ er verdien på opsjonen på tidspunk t+1 dersom det vert oppgang u og $C_{t+1}(d)$ er verdien av opsjonen på tidspunkt t+1 dersom det vert nedgang d. På tidspunkt t er kjøpsopsjonen verd maks(VEK_t^* - K, 0)

VERDIEN AV KJØPSOPSJON

SELSKAP Z

Verdien i dag av ein rett, men ikkje ein plikt til å kjøpe ein aksje i Z dei neste to åra til ein **avtalt pris som er 10% høgare enn prisen i t = 0, dvs 180 · 1,1 = 198**:

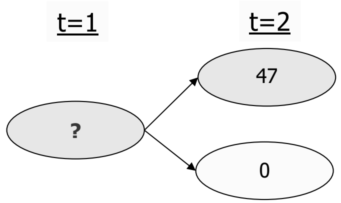


TREET VERT LØYST

BAKFRÅ

Nyttar risikofri rente på **1,4%** etter skatt

TIL DØMES:



Det risikonøytrale sannsynet for oppgang:

$$p = \frac{e^{r_f \cdot T/N} - d}{u - d} = \frac{e^{0{,}014 \cdot 2/2} - 0{,}855}{1{,}169 - 0{,}855} = 0{,}507$$

UTREKNING:

maks((p · 47 + (1 - p) · 0))/e^{rf}; 210 - 198)

= maks((0,507 · 47)/1,014; 12)

= maks(24/1,018; 12)

= **24**

2) VERDIEN

AV SALSOPSJON

Det **risikonøytrale sannsynet for oppgang** er

$$p = \frac{e^{r_f \cdot T/N} - d}{u - d},$$

der r_f er risikofri rente etter skatt. Sannsynet for **nedgang** er 1 - p

➔ **VERDIEN AV EIN SALSOPSJON** med avtalt pris K på tidspunkt t < T i det binomiske treet:

$$\boxed{\text{maks}((p \cdot P_{t+1}(u) + (1 - p) \cdot P_{t+1}(d)))/e^{rf};\ K - VEK_t^*),}$$

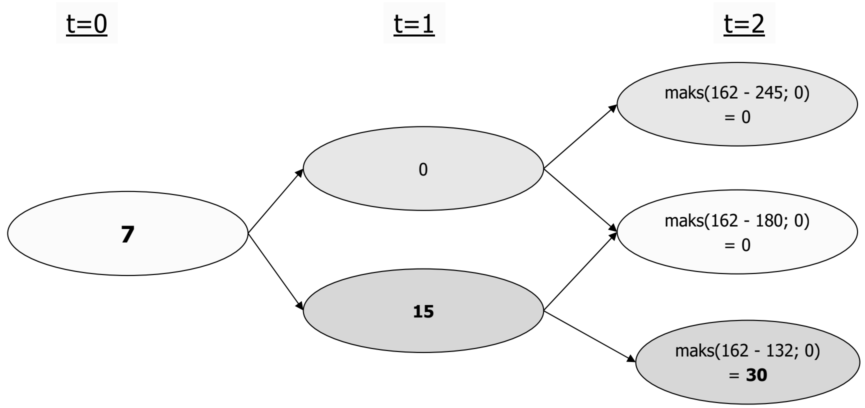
Verdien er maksimum av forventa verdi ved å vente med å utøve til t+1 og verdien ved å utøve opsjonen på tidspunkt t

der $P_{t+1}(u)$ er verdien på opsjonen på tidspunk t+1 dersom det vert oppgang u og $P_{t+1}(d)$ er verdien av opsjonen på tidspunkt t+1 dersom det vert nedgang d. På tidspunkt t er salsopsjonen verd maks(K - VEK_t^*, 0)

VERDIEN AV SALSOPSJON

SELSKAP Z

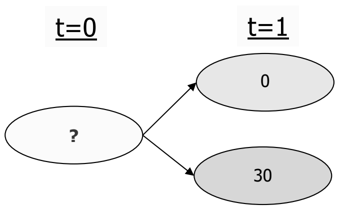
Verdien i dag av ein rett, men ikkje ein plikt til å selje ein aksje i Z dei neste to åra til ein **avtalt pris som er 10% lågare enn prisen i t = 0, dvs til 180 · 0,9 = 162**:



TREET VERT LØYST

BAKFRÅ

TIL DØMES:



<u>UTREKNING</u>:

maks((p · 0 + (1 - p) · 30))/e^{rf}, 162 - 154)

= maks(((1 - 0,504) · 30)/1,014; 8)

= maks(15/1,014; 8)

= **<u>15</u>**

3) KVA OM

TALET PÅ NODAR I TREET N AUKAR?

NYTTAR PROGRAMMET <u>OPTIONS</u>. DETTE KAN LASTAST NED FRÅ HEIMESIDA TIL ACC421A:

N = 2

1) Kjøpsopsjon på Z-aksjen med avtalt pris 198:

C = **<u>11,9 ≈ 12</u>**

2) Salsopsjon på Z-aksjen med avtalt pris 162:

P = **<u>7,2 ≈ 7</u>**

UTREKNING VED HJELP AV OPTIONS

Binomial tree

Call
American

Asset price (S)	180,00
Strike price (X)	198,00
Time to maturity (T)	2
Risk-free rate (r)	1,40 %
Cost of carry (b)	1,40 %
Volatility (σ)	15,60 %
Number of time steps (n)	2
Binomial value	11,9

Dividend rate (d)	0,00 %

b = r - d,

der d er **"dividend rate"**

Dersom d = 0, er **b = r**

Notice that b = r - d

VERDIESTIMAT
N → ∞

1) Verdien i dag av ein rett, men ikkje ein plikt til å kjøpe ein aksje i Z dei neste to åra til avtalt pris **198** med eit binomisk tre med **N = 1000 steg** (eller nodar i treet):

10,8

2) Verdien i dag av ein rett, men ikkje ein plikt til å selje ein aksje i Z dei neste to åra til avtalt pris **162** med eit binomisk tre med **N = 1000 steg** (eller nodar i treet):

6,4

3.2 SLUTTA FORM PÅ VERDIEN
«CLOSED-FORM SOLUTIONS»

For å finne verdien på amerikanske opsjonar kan vi nytte **«Closed-Form American Call or Put Approximation Equations»**:

1) **«The Barone-Adesi-Whaley Closed-Form American Call or Put Approximation Equation»**

2) **«The Bjerksund Stensland Closed-Form American Call or Put Approximation Equation»**

1) CLOSED - FORM
APPROXIMATIONS

The Barone-Adesi and Whaley approximation
The Bjerksund and Stensland approximation

Call

Asset price (S)	180,00
Strike price (X)	198,00
Time to maturity (T)	2
Risk-free rate (r)	1,40 %
Cost of carry (b)	1,40 %
Volatility (σ)	15,60 %
Barone-Adesi and Whaley	10,8
Bjerksund and Stensland	10,8

Dividend rate (d)	0,00 %

Verdien på kjøpsopsjonen er

10,8

Verdien på tilsvarande salsopsjon med kontraktspris = **162** er

(6,4+6,3)/2 = 6,4

Notice that b = r - d

2) BLACK - SCHOLES

KAN NYTTAST SOM NEDRE GRENSE PÅ VERDIEN

Black - Scholes er ein formel for verdsetting av **europeisk** kjøps- og salsopsjon (med utbyte):

1) **KJØPSOPSJON**

$$C = VEK* \cdot e^{-ut \cdot T} \cdot N(d_1) - K \cdot e^{-r_f \cdot T} \cdot N(d_2)$$

2) **SALSOPSJON**

$$P = K \cdot e^{-r_f \cdot T} \cdot (1 - N(d_2)) - VEK* \cdot e^{-ut \cdot T} \cdot (1 - N(d_1))$$

der $N(d_i;\ i = 1, 2)$ er den kumulative standard normalfordelinga opp til d_i og

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{VEK*}{K}) + (r - ut + \frac{\sigma^2}{2}) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \qquad d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}$$

BLACK - SCHOLES TILNÆRMING

SELSKAP Z

1) Verdien i dag av ein rett, men ikkje ein plikt til å kjøpe ein aksje i Z dei neste to åra til avtalt pris **198** verdsett ved hjelp av Black - Scholes:

10,8

Verdien er lik verdien ved N = 1000 av di det **ikkje** er optimalt å utøve opsjonen før forfall!

2) Verdien i dag av ein rett, men ikkje ein plikt til å selje ein aksje i Z dei neste to åra til avtalt pris **162** verdsett ved hjelp av Black - Scholes:

6,2 < 6,4

BS gjev ei nedre grense på verdien. Årsaka til avviket er at det kan vere optimalt å utøve opsjonen før forfall

UTREKNING

VED HJELP AV OPTIONS

The generalized Black and Scholes option pricing formula

Call

Asset price (S)	**180,00**
Strike price (X)	**198,00**
Time to maturity (T)	**2**
Risk-free rate (r)	**1,40 %**
Cost of carry (b)	1,40 %
Volatility (σ)	**15,60 %**
Value	**10,8**

c
1
Call
Put

Option sensitivities

Delta Δ	**0,423**
Elasticity Λ	**7,016**
Gamma Γ	**0,010**
Vega	**99,646**
Theta Θ	**-4,800**
Rho ρ	**130,507**
Carry	**152,200**

Dividend rate (d)	**0,00 %**

Notice that b = r - d

3.3 PROSENTVIS UTBYTE

= VIKTIG FOR REALOPSJONAR!

Prosentvis utbyte («dividend yield»)

ut = NBU/VEK*,

der NBU er **normalisert** netto betalt utbyte

1) Dersom verksemda kan vente med å utøve opsjonen **utan at ein taper kontantstraum** – eller altså utbyte – kan dette modellerast ved å sette

ut = 0,

2) Men dersom realopsjonen må utøvast innan eit viss tidsrom og verksemda **taper eitt år med kontantstraum eller utbyte ved å vente eit år** kan dette modellerast ved å sette

ut = 1/T,

der T er levetida på opsjonen

UTBYTE SELSKAP

Dess høgare utbyte, dess lågare verdi på kjøpsopsjonen

The Barone-Adesi and Whaley approximation
The Bjerksund and Stensland approximation

Call

Asset price (S)	180,00
Strike price (X)	198,00
Time to maturity (T)	2
Risk-free rate (r)	1,40 %
Cost of carry (b)	-1,80 %
Volatility (σ)	15,60 %
Barone-Adesi and Whaley	7,2
Bjerksund and Stensland	7,0

b = r - div,
der div er
"dividend rate"

b = 1,4 - 3,2 =
-1,8%

Dividend rate (d)	3,20 %

Føreset
3,2% utbyte i høve til VEK*

Notice that b = r - d

3.4 KORLEIS FINNE VOLATILITETEN TIL REALOPSJONAR?

... der underliggjande aktivum ikkje er børsnotert

Den **prosentvise volatiliteten** til den estimerte verdien på eigenkapitalen:

$\sigma = \sigma_{VEK*}$ /VEK*,

$\sigma_{ÅRLEG} \approx \sigma / \sqrt{T}$

der

1) VEK* = Estimert verdi ved statisk fundamental verdsetting

2) σ_{VEK*} = Standardavviket til VEK*

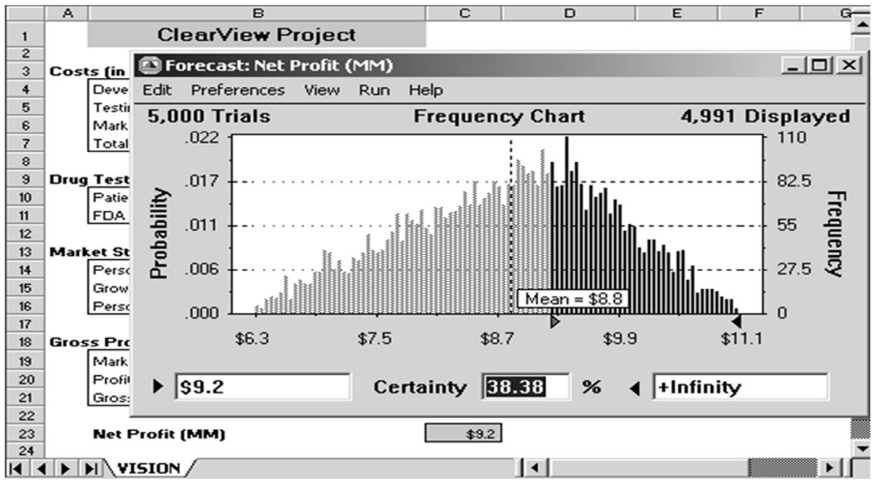
➔ **MEN KORLEIS FINNE STANDARDAVVIKET?**

Svar: **SIMULERING**

CRYSTAL BALL
= SIMULERINGSPROGRAM I EXCEL

Det finst simuleringsprogram som tilleggsprogram (Add-Ins) i MS Excel, **til dømes Crystal Ball** som vert nytta i **ACC421A**

➔



CRYSTALL BALL

NHH har lisens

➔ Kontakt brukarstøtte dersom du ynskjer å nytte programmet

DØME

G-GRUVE ASA

G-Gruve ASA investerte den 31.12 år 0 i ei gullgruve. Kostprisen er 4000. Gruva vil venteleg generere ein kontantstraum (før finansielle postar og skatt) på kr 1800 i år 1, kr 1600 i år 2, kr 1400 i år 3 og kr 1200 i år 4; gruva er venta å gå tom etter 4 år. Internrenta til driftsinvesteringa er dermed 20% (før skatt), **medan kapitalavkastingskravet er 10%**

Investeringa er finansiert med 50% gjeld. Lånerenta er 8% i heile perioden, og lånet skal betalast ned i fire like store delar. G-Gruve ASA har som mål å ha om lag 10% av eigedelane som likvide midlar; overskotslikviditet i høve til dette vert betalt ut som utbyte. Renta på likvide midlar er 5%. Det vert betalt 28% skatt av resultatet; sjå bort frå utsett skatt. Alle inn- og utbetalingar skjer den 31.12 (m = 12!)

RESULTAT OG BALANSE

G-GRUVE ASA

	År	0	1	2	3	4
	Fri kontantstraum frå drift (før skatt)	-4000	1800	1600	1400	1200
-	Avskriving (lineær = internrentebasert avskriving)	-4000	1000	1000	1000	1000
=	**Driftsresultat**	**0**	**800**	**600**	**400**	**200**
+	Finansinntekt; 5% av inngåande kontantar	0	22	17	11	6
-	Finanskostnad; 8% av inngåande gjeld	0	160	120	80	40
=	**Resultat før skatt**	**0**	**662**	**497**	**331**	**166**
-	Skattekostnad; 28% av resultat før skatt	0	185	139	93	46
=	**Årsresultatet**	**0**	**477**	**358**	**238**	**120**
-	Netto betalt utbyte – vert fastsett residualt	-2444	1088	969	849	731
=	**Endring i eigenkapital**	**2444**	**-611**	**-611**	**-611**	**-611**
	Gruveanlegg	4000	3000	2000	1000	0
+	Kontantar; 10% av eigedelar	444	333	222	111	0
=	**Eigedelar**	**4444**	**3333**	**2222**	**1111**	**0**
	Eigenkapital	2444	1833	1222	611	0
+	Gjeld	2000	1500	1000	500	0
=	**Totalkapital**	**4444**	**3333**	**2222**	**1111**	**0**

4000 + 0,1 · E = E; E = 4444

1800 + 22 -160 - 185 - 500 + (444 - 333) = 1088

OMGRUPPERT

G-GRUVE ASA

	År	SYMBOL	0	1	2	3	4
	Fri kontantstraum frå drift (etter skatt)	FKD	-4000	1576	1432	1288	1144
-	Auken i netto driftseigedelar	∆NDE	-4000	1000	1000	1000	1000
=	**Netto driftsresultat**	**NDR**	**0**	**576**	**432**	**288**	**144**
+	Netto finansinntekter	NFI	0	16	12	8	4
=	**Netto resultat til sysselsett kapital**	**NRS**	**0**	**592**	**444**	**296**	**148**
-	Netto finanskostnad	NFK	0	115	86	58	29
=	**Nettoresultat til eigenkapital**	**NRE**	**0**	**477**	**358**	**238**	**120**
-	Netto betalt utbyte – vert fastsett residualt	NBU	-2444	1088	969	849	731
=	**Endring i eigenkapital**	**∆EK**	**2444**	**-611**	**-611**	**-611**	**-611**
	Netto driftseigedel	NDE	4000	3000	2000	1000	0
+	Finansiell eigedel	FE	444	333	222	111	0
=	**Sysselsette eigedelar**	**SSE**	**4444**	**3333**	**2222**	**1111**	**0**
	Eigenkapital	EK	2444	1833	1222	611	0
+	Finansiell gjeld	FG	2000	1500	1000	500	0
=	**Sysselsett kapital**	**SSK**	**4444**	**3333**	**2222**	**1111**	**0**

SUPERPROFITTMODELLEN

G-GRUVE ASA

Etter **superprofitt frå drift - modellen** er verdien på eigenkapitalen den 31.12 år 0:

ndk = (1 - 0,28) · 0,1 = 0,072

$$VEK_0 = EK_0 + \sum_{t=1}^{4} \frac{NDR_t - ndk \cdot NDK_{t-1}}{(1+ndk)^t}$$

$$= 2444 + \frac{576 - 0{,}072 \cdot 4000}{1{,}072} + \frac{432 - 0{,}072 \cdot 3000}{1{,}072^2} + \frac{288 - 0{,}072 \cdot 2000}{1{,}072^3} + \frac{144 - 0{,}072 \cdot 1000}{1{,}072^4}$$

$$= 2444 + 269 + 188 + 117 + 55$$

$$= 3072$$

- **Verdien av eigenkapitalen til G-Gruve ASA er 3072 den 31.12 år 0**

UVISSE

I FRI KONTANTSTRAUM FRÅ DRIFT

Analyse av risikoen i fri kontantstraum frå drift (før skatt) syner at

$FKD_1 \sim N(\mathbf{1800}, 1000)$

$FKD_2 \sim N(\mathbf{1600}, 1000)$

$FKD_3 \sim N(\mathbf{1400}, 1000)$

$FKD_4 \sim N(\mathbf{1200}, 1000)$

Standardavviket i normalfordelinga er estimert til å vere 1000

➔ **Men korleis transformere usikkerheita i den frie kontantstraumen frå drift til verdiestimatet?**

<u>SVAR</u>:

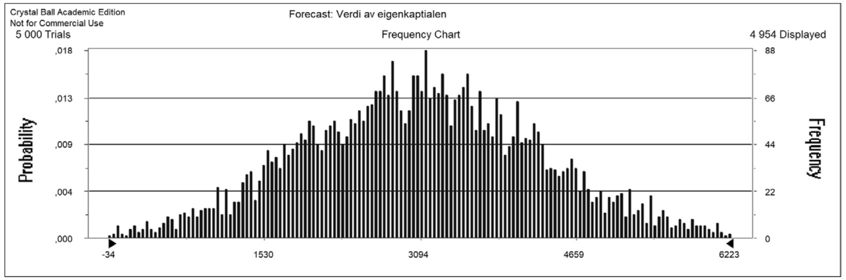
SIMULERING

Jamfør **ACC421A**

SIMULERING

FORDELING AV VEK

Simulering med 5000 trekningar gjev denne **fordelinga** av verdien på eigenkapitalen:



➔ Verden av eigenkapitalen er normalfordelt:

Trials	5000
Mean	3094
Median	3095
Standard Deviation	1203

VEK ~ N(3072, 1203),

dvs standardavviket er 1203/3072 ≈ 40% eller $0{,}4/4^{1/2}$ = **<u>20%</u> per år**

$\boxed{\sigma_{\text{ÅRLEG}} \approx \sigma/\sqrt{T}}$

OPP- OG NEDFAKTOREN

G-GRUVE ASA

Oppfaktoren over **horisonten T = 4 med N = 4** steg i det binomiske treet:

$$u = e^{\sigma \cdot \sqrt{T/N}} = e^{0{,}2 \cdot \sqrt{4/4}} = 1{,}2214$$

Nedfaktoren:

$$d = \frac{1}{u} = \frac{1}{1{,}2214} = 0{,}8187$$

➔ **Verdien av eigenkapitalen i år 1 (<u>inkludert</u> verdien av utbyte):**

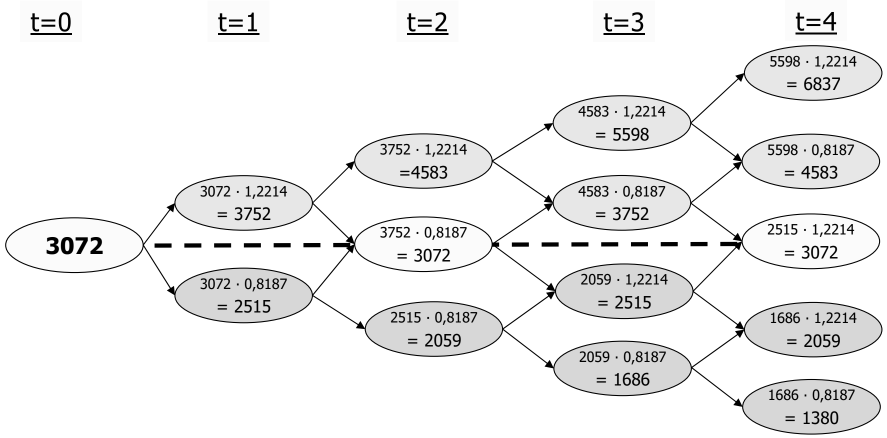
Opp: 3072 · 1,2214 = **<u>3752</u>**

Ned: 3072 · 0,8187 = **<u>2515</u>**

TILNÆRMING OVER TID

BINOMISK TRE MED FIRE STEG I TREET

Utvikling i verden av eigenkapitalen til G-Gruve ASA, <u>inkludert</u> noverdien av utbyte som vert delt ut (= verdien om verksemda **ikkje** betalte utbyte):



4. DØME

PÅ ULIKE TYPAR REALOPSJONAR

Realopsjonar kan grupperast i nokre hovudtypar, til dømes:

1) Opsjonen til å kunne **ekspandere**

2) Opsjonen til å kunne **vente**

3) Opsjonen til å kunne **nedskalere** (og avvikle)

➔ **Dessutan kan det vere kombinasjonar av desse, til dømes opsjonen til å kunne starte og stoppe produksjonen**

4.1 OPSJONEN TIL Å KUNNE EKSPANDERE

Mange driftsrelaterte eigedelar, til dømes ei tomt som ikkje vert nytta, gjev liten kontantstraum og har difor liten fundamentalverdi i dagens bruk

- **Men mange lite utnytta driftseigedelar er i realiteten realopsjonar til vekst,**

til dømes kan ei ubrukt tomt danne grunnlag for lønsam drift. Opsjonsverdien av å kunne vekse eller ekspandere er spesielt høg i volatile næringar med høgt potensiale for avkasting, til dømes **bioteknologi** og **programvare der uutnytta patentar er døme på realopsjonar**

DØME

G-GRUVE ASA

G-Gruve utnyttar berre ei av to gruver på Gullstadfeltet der verksemd driv. Den andre gruva – gruve B – er identisk med gruve A, **berre med den forskjellen at det kostar 3500 å sette gruva i drift**

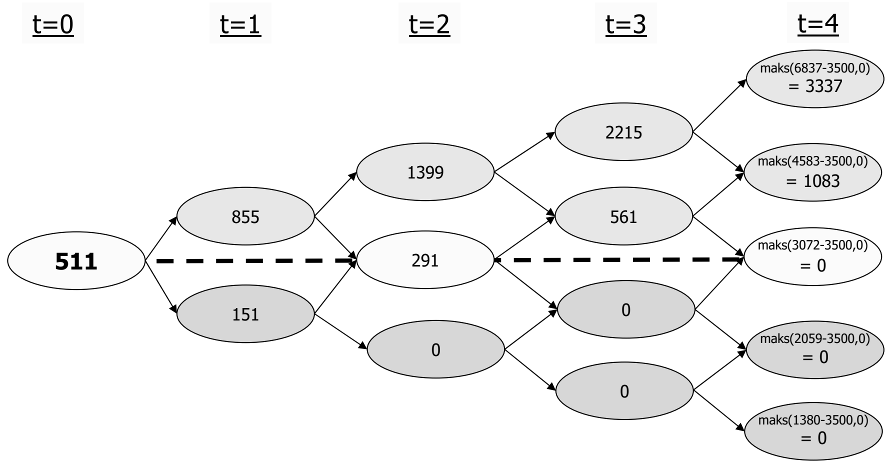
Etter tradisjonell verdsetting er netto noverdien av gruve B lik 3072 – 3500 = **-428** på tidspunkt 0. Sidan prosjektet er ulønsamt, er gruve B ikkje sett i drift

➔ Men gruve B er ein **opsjon til å ekspandere** dersom prisen på gull aukar – og verden av denne opsjonen må takast med når G-Gruve skal verdsettast!

OPSJONEN TIL Å EKSPANDERE

G-GRUVE ASA

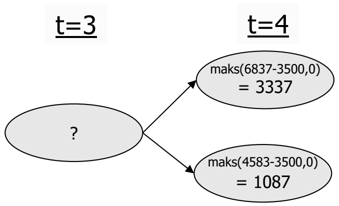
Binomisk tre som viser verdien av opsjonen til å ekspandere dersom ekspansjon kan skje ved årsskiftet kvart år i tidsrommet 0 - 4:



TREET VERT LØYST

BAKFRÅ

TIL DØMES:



Det risikonøytrale sannsynet :

$$p = \frac{e^{r_f \cdot T/N} - d}{u - d} = \frac{e^{0,034 \cdot 1/1} - 0,8187}{1,2214 - 0,8187} = 0,5361$$

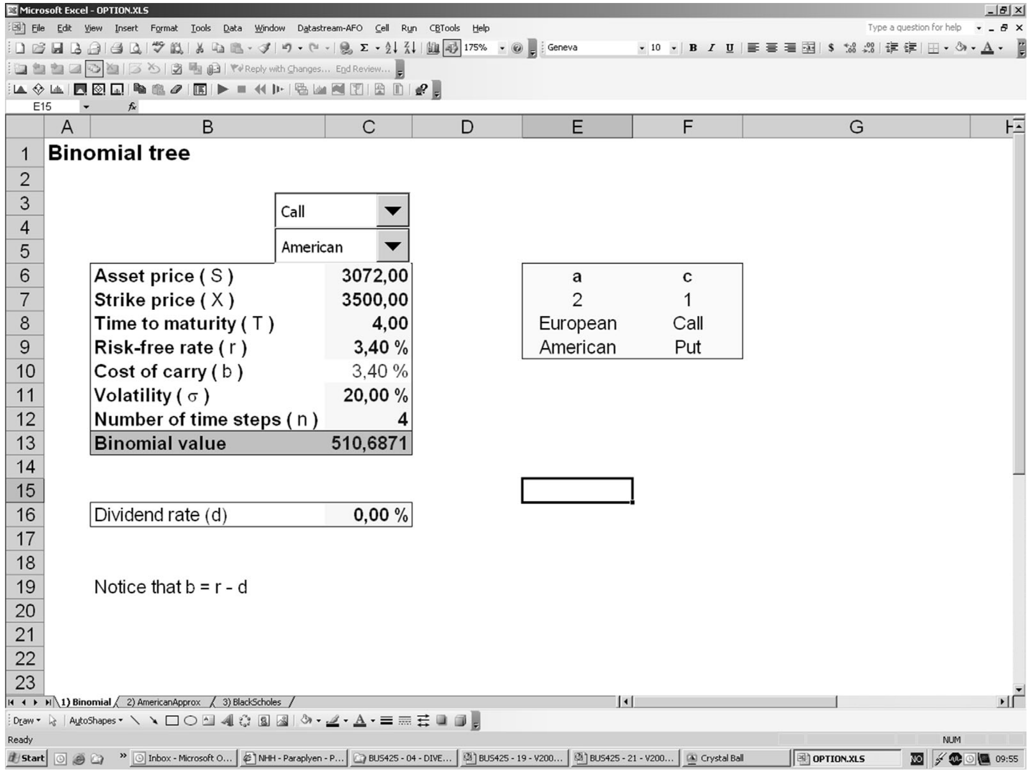
UTREKNING:

maks((p · 3337 + (1 - p) · 1087))/e^{rf}, 5598 - 3500)

= maks((0,5361 · 3337 + (1 - 0,5361) · 1087)/1,0346; 2098)

= maks(2215; 2098)

= **2215**



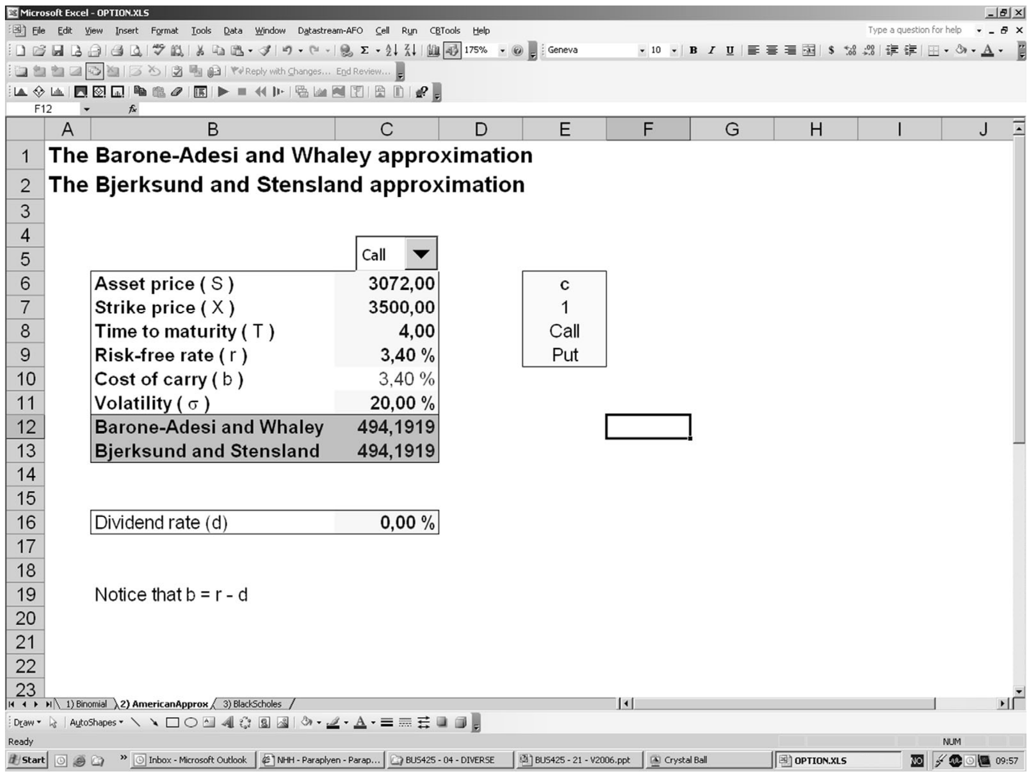
VERDIEN AV EIGENKAPITALEN

G-GRUVE ASA

Verdien av eigenkapitalen er

VEK_0	=	Verdien av gruve A + verdien av å kunne ekspandere gruve B
	=	3072 + 511
	=	**3583**

➔ Dersom opsjonen til å kunne ekspandere kan utøvast på eitkvart tidspunkt mellom 0 og 4, så er det uendeleg med nodar i det binomiske treet. Og vi kan til dømes nytte «The Barone-Adesi-Whaley Closed-Form American Call Approximation Equation» for å finne verdien. Då får vi opsjonsverdien **494**



4.2 OPSJONEN TIL Å KUNNE VENTE

Ei verksemd med eit eksklusivt, men ulønsamt prosjekt, har ein verdi av di eigenskapar ved prosjektet kan endre seg over tid slik at det vert lønsamt

Til dømes kan eit **oljefelt** som det ikkje er lønsamt å byggje ut i dag, ha ein verdi av di oljeprisen kan auke så mykje at det vert lønsamt i framtida

- Merk at det er vanskeleg å skilje om dette er opsjonen av å kunne vente eller opsjonen av å kunne ekspandere. Det er vel to sider av same sak ...

DØME ... I DAMODARAN (2012)

Assume that you have are interested in acquiring the exclusive rights to market a new product that will make it easier for people to access their email on the road. If you do acquire the rights to the product, you estimate that it will cost you \$ 500 million up-front to set up the infrastructure needed to provide the service. Based upon your current projections, you believe that the service will generate only \$ 100 million in after-tax cash flows each year. In addition, you expect to operate without serious competition for the next 5 years.

From a purely **static standpoint**, the net present value of this project can be computed by taking the present value of the expected cash flows over the next 5 years. Assuming a discount rate of 15% (based on the riskiness of this project), we obtain the following net present value for the project: NPV of project = - 500 million + \$ 100 million (PV of annuity, 15%, 5 years) = - 500 million + \$ 335 million = - \$ 165 million. This project has a negative net present value.

OPSJONSTILNÆRMING ...

The biggest source of uncertainty on this project is the number of people who will be interested in this product. **While the current market tests indicate that you will capture a relatively small number of business travelers as your customers, the test also indicates a possibility that the potential market could get much larger over time.** In fact, a **simulation** of the project's cash flows yields a standard deviation of the 42% in the present value of the cash flows, with an expected value of \$ 335 million.

1) BLACK - SCHOLES TILNÆRMING

To value the exclusive rights to this project, we first define the inputs to the option pricing model:

- Value of the Underlying Asset (S) = PV of Cash Flows from Project if introduced now = \$ 335 million
- Strike Price (K) = Initial Investment needed to introduce the product = \$ 500 million
- Variance in Underlying Asset's Value = 0.42^2 = 0.1764
- Time to expiration = Period of exclusive rights to product = 5 years
- Dividend Yield = 1/Life of the patent = 1/5 = 0.20

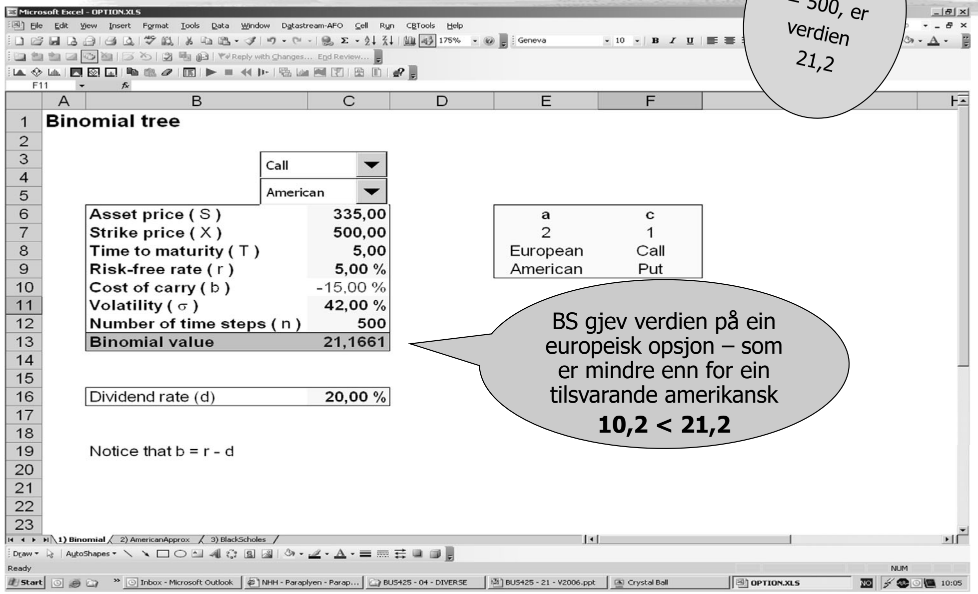
Assume that the 5-year riskless rate is 5%. The value of the option can be estimated as follows:

Call Value= 335 exp(-0.2)(5) (0.2250) -500 (exp(-0.05)(5) (0.0451)= \$ 10.18 million

The rights to this product, which has a negative net present value if introduced today, is \$ **10.18 million**. Note though that the likelihood that this project will become viable before expiration is low (4.5% - 22.5%) as measured by $N(d_1)$ and $N(d_2)$.

2) BINOMISK TILNÆRMING

Dersom N = 500, er verdien 21,2



BS gjev verdien på ein europeisk opsjon – som er mindre enn for ein tilsvarande amerikansk
10,2 < 21,2

4.3 OPSJONEN TIL Å KUNNE NEDSKALERE

Ei verksemd som har eit prosjekt som ho tapar pengar på, kan ha opsjon til å stoppe prosjektet mellombels og starte det igjen om eigenskapane ved prosjektet endrar seg

Til dømes **kan ei gullgruve leggjast brakk** om ho ikkje er lønsamt, og likevel ha ein verdi av di prisen på gull kan auke så mykje at det vert lønsamt å starte opp att gruva

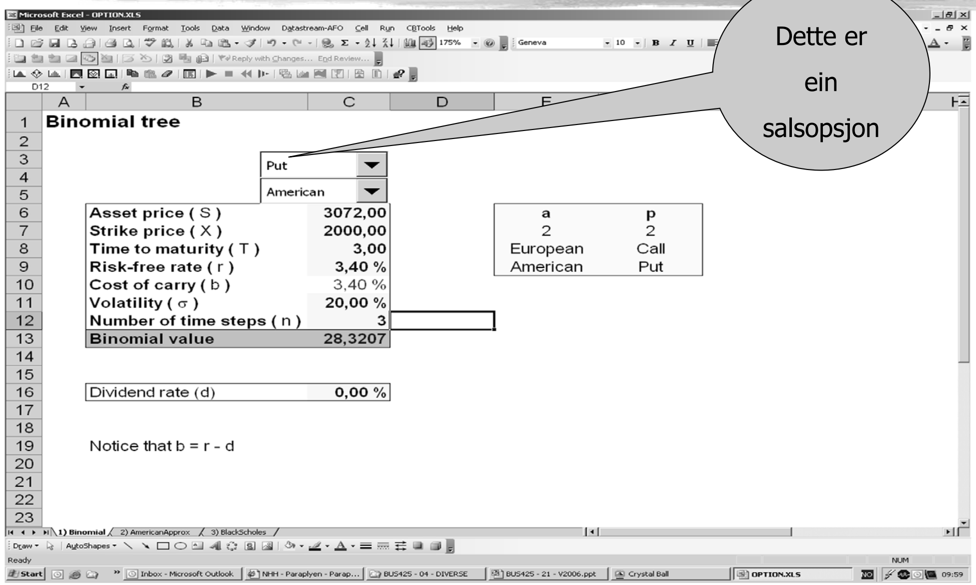
DØME
G-GRUVE ASA

G-Gruve ASA leiger gullstadfeltet frå Big Gold Corporation Ltd i USA, men då leigeavtalen vart inngått på tidspunkt 0 sikra G-Gruve seg retten til <u>**innan tre år**</u> å **seie opp leigeavtalen** og selje produksjonsutstyret tilbake til Big Gold Corporation for 2000; sjå no bort ifrå eksistensen av gruve B

➔ Denne retten er **ein realopsjon til å stenge og legge ned gruvedrifta** i regi av G-Gruve – og verden av denne opsjonen må takast med når G-Gruve skal verdsettast!

BINOMISK TILNÆRMING
T = 3, N = 3

Dette er ein salsopsjon



VERDIEN AV EIGENKAPITALEN

G-GRUVE ASA

Verdien av eigenkapitalen er

VEK_0	=	Verdien av gruve A + verdien av å kunne stenge
	=	3072 + 28
	=	**<u>3100</u>**

➔ Dersom opsjonen til å kunne stenge kan utøvast på eitkvart tidspunkt mellom 0 og 3, så er det uendeleg med nodar i det binomiske treet. Og vi kan til dømes nytte «The **Bjerksund Stensland** Closed-Form American Put Option Approximation Equation» for å finne verdien. Då får vi opsjonsverdien **23**